

Técnicas multivariantes en el análisis coste/beneficio mediante AHP

JIMÉNEZ TORRES, Fernando
fjimenez@posta.unizar.es

ALTUZARRA CASAS, Alfredo
altuzarr@posta.unizar.es

MORENO JIMÉNEZ, José María
jmoreno@posta.unizar.es

SALVADOR FIGUERAS, Manuel
salvador@posta.unizar.es

Departamento de Métodos Estadísticos
Universidad de Zaragoza

Palabras Clave: Análisis Coste/Beneficio, Proceso Analítico Jerárquico (AHP), Técnicas Multivariantes.

Resumen

En este trabajo se presenta una metodología que asiste al decisor en la etapa de modelización del análisis coste/beneficio con AHP. Mediante el empleo de técnicas multivariantes, la metodología presentada ayuda en la construcción de las jerarquías de beneficios y costes, extrayendo de los datos disponibles los criterios relevantes del problema.

Asimismo, esta metodología permite, en la etapa de valoración, ofrecer un procedimiento sistemático sobre la emisión de juicios pareados, basado en la importancia relativa de los criterios encontrados. La metodología presentada se ilustra con una aplicación basada en datos reales.

1. INTRODUCCIÓN

En este trabajo se presenta una metodología de trabajo que sirva de ayuda en la fase de modelización de una de las técnicas de decisión multicriterio más extendidas en procesos de toma de decisiones, el Proceso Analítico Jerárquico (AHP), propuesta por Saaty (1980).

El enfoque tradicional del Proceso Analítico Jerárquico propone el uso de una o varias jerarquías en las que se intentan plasmar todos los aspectos, tangibles e intangibles, que caracterizan el problema. En este sentido, el Análisis Coste/Beneficio en AHP ofrece un procedimiento para orientar al decisor en la etapa de modelización, existiendo numerosos métodos de analizar costes y beneficios asociados con un plan de decisión. A continuación, en la etapa de valoración, se cuantifica la importancia que posee cada nodo de la misma mediante comparaciones pareadas. Para intentar ofrecer una solución a la problemática planteada proponemos el empleo de dos herramientas del análisis multivariante: el Análisis Factorial y el Análisis Estructural.

El trabajo quedado establecido como sigue. La sección 2 presenta una breve descripción general al Proceso Analítico Jerárquico; en la sección 3 se introduce la metodología propuesta, junto con las técnicas de análisis multivariante (Análisis Factorial y Análisis Estructural) que se utilizan como herramientas que asistan en las fases anteriormente citadas; en la sección 4 se lleva a cabo la aplicación de la metodología presentada a la base de datos BACH; por último en la sección 5, se comentan las aportaciones generales obtenidas y conclusiones del trabajo.

2. BREVE DESCRIPCIÓN DE AHP

El Proceso Analítico Jerárquico fue introducido por T.L. Saaty a finales de la década de los 70, enmarcándose dentro de las técnicas multicriterio discretas en el contexto de problemas de toma de decisiones.

Para resolver un problema de decisión se plantea la construcción de una estructura jerárquica que consta de varios niveles bajo un nodo raíz y que intenta representar el problema con todos los elementos necesarios para su modelización. En el primer nivel se indica la meta u objetivo global que se pretende alcanzar, en los niveles inferiores se

colocan los criterios que se consideran para lograr el fin citado en la meta y finalmente en el último nivel se incluyen todas las alternativas, siempre manteniendo el principio de homogeneidad entre los elementos que forman un nivel dentro de la jerarquía, es decir, que los elementos considerados en cada nivel sean del mismo orden de magnitud, y no superior al “número mágico” de Miller (1956) de 7 ± 2 .

Con la aplicación de esta técnica se obtiene un vector de pesos (prioridades), asociado a un conjunto de alternativas evaluadas respecto a varios criterios. Para ello, el decisor debe emitir juicios de valor, expresando sus preferencias relativas mediante comparaciones entre parejas de elementos de un mismo nivel respecto a un criterio del nivel inmediatamente superior, incorporando así toda su estructura de preferencias dentro de la jerarquía. Es necesario la emisión de $n(n-1)/2$ juicios, donde n es el número de niveles de la jerarquía. Esta información se aporta al modelo mediante matrices positivas y recíprocas ($a_{ij} = 1/a_{ji}$) que reciben el nombre de matrices de preferencia (de comparación pareada) o matrices Saaty.

Las comparaciones se realizan entre parejas de elementos homogéneos de acuerdo con la llamada “escala fundamental”, que representa la intensidad de los juicios emitidos y toma valores de uno a nueve. La escala refleja si dos elementos pueden considerarse semejantes o cuál es la graduación de la importancia relativa entre ambos, siempre que los elementos sean comparados respecto a un mismo criterio.

A partir de la matriz de preferencias proporcionada por el decisor, se construye el vector de pesos o prioridades que debe ser consistente con los juicios emitidos. Existen varios métodos para su construcción, como por ejemplo el del valor propio que a continuación relatamos muy brevemente. Dada la matriz de preferencias A , el cálculo del vector de prioridades w se realiza a partir de la igualdad: $Aw = \lambda_{\max} w$. La solución de la ecuación se obtiene calculando la potencia k -ésima de la matriz A y normalizando para obtener el vector w . El proceso finaliza cuando para dos potencias sucesivas: k y $(k+1)$, la diferencia entre las componentes de los vectores de pesos generados es menor que alguna constante prefijada. Notar que cuando se asigna el valor nulo a un elemento, tal elemento no puede compararse con los demás elementos considerados. Un sencillo

proceso permite componer a partir de las prioridades de cada nivel, las prioridades inherentes al conjunto de alternativas.

Por otra parte, el método desarrollado por Saaty incorpora el llamado índice de consistencia, que es una medida de la coherencia de los juicios de valor emitidos tanto dentro de un nivel como entre los distintos niveles. El índice de consistencia de una matriz viene dado por $CI = (\lambda_{\max} - n)/(n - 1)$, y a partir de él se obtiene el ratio de consistencia CR para la jerarquía, comparando el coeficiente CI con una escala de índices de consistencia medios aleatorios. De esta manera, si CR es menor que 0.1 se deben revisar los juicios al detectarse falta de consistencia en los mismos. El Proceso Analítico Jerárquico incluye también un índice para medir la inconsistencia global de la jerarquía.

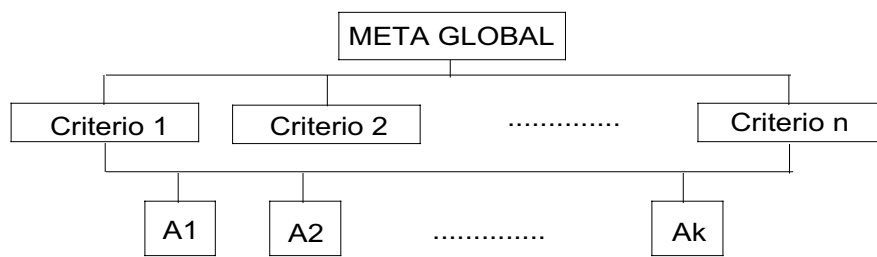


Figura 1. Jerarquía con tres niveles, n criterios y k alternativas.

Esta técnica de decisión multicriterio discreta consta de cuatro etapas o pasos: (1) modelización; (2) valoración; (3) priorización y (4) síntesis. En la primera etapa se construye una jerarquía (o varias), que intentan representar el problema de decisión. El objetivo o meta global se coloca en la parte superior de la jerarquía, los criterios en el siguiente nivel y las alternativas en el último. Esta estructura, la más sencilla posible (ver Figura 1), puede completarse añadiendo tantos niveles como exija la correcta modelización del problema. En esta fase del proceso es necesario identificar todos los elementos que se consideran relevantes para el problema (criterios, subcriterios, escenarios, actores), así como las dependencias y relaciones entre ellos.

En la segunda etapa, el decisor incorpora sus juicios mediante comparaciones pareadas entre los elementos considerados en el problema. En la tercera etapa se obtienen las prioridades locales de cada uno de estos elementos a partir de la información proporcionada por el decisor en la etapa anterior. A partir de estas

prioridades locales y aplicando el principio de composición jerárquica se obtienen en la cuarta etapa las prioridades globales, esto es, la prioridad de cada alternativa respecto a la meta global del problema.

Entre sus principales inconvenientes destaca en primer lugar que el número de comparaciones a realizar se incrementa en gran medida al aumentar la cantidad de alternativas a considerar, y en segundo lugar, que el decisor debe recordar y tener siempre en mente todas las alternativas a evaluar.

3. MODELIZACIÓN JERÁRQUICA COSTE/BENEFICIO PROPUESTA

La existencia de diversos factores (favorables, desfavorables o de otro tipo) a tener en cuenta para el correcto análisis de un problema, habitualmente hace necesaria la utilización de más de una jerarquía. La literatura muestra numerosos trabajos donde intervienen dos jerarquías en la etapa de modelización: una para costes y otra para beneficios (ver Azis (1990), entre otros). El tratamiento que proponemos para el diseño de ambas jerarquías emplea dos técnicas del análisis multivariante: el Análisis Factorial y el Análisis Estructural.

Se parte de un conjunto de información formado por las correspondientes valoraciones de las alternativas para cada uno de los atributos considerados. El Análisis Factorial es la técnica estadística multivariante que utilizamos como técnica exploratoria previa, con objeto de agrupar los atributos en factores (subcriterios) según el impacto favorable (beneficio) o impacto desfavorable (coste) que supongan para la meta global (ver Figura 2).

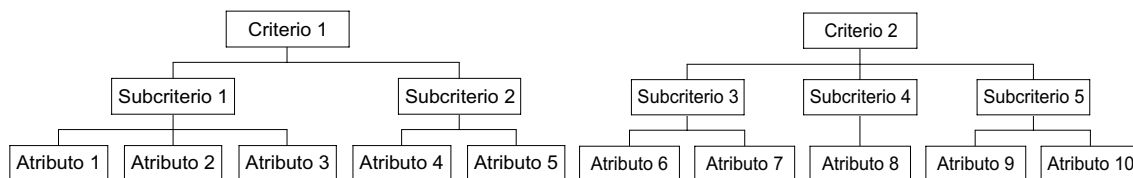


Figura 2. Jerarquía con dos criterios y cinco subcriterios para diez atributos.

Establecidos los factores comunes más importantes, procedemos a la construcción de las jerarquías de aspectos positivos y negativos en función del significado de cada uno de dichos factores y su relación con el problema. Para ello utilizamos las cargas factoriales estimadas (q_{ij}) que van a determinar las variables que

pertenecen a cada factor según la filosofía adoptada de beneficio/coste. Las cargas factoriales más grandes, en valor absoluto, determinarán las variables que para pertenecerán a cada factor, quedando a juicio del decisor qué variables deben incluirse en la jerarquía de aspectos positivos y cuáles en la de aspectos negativos. Se establece de esta manera un procedimiento, razonablemente objetivo, para la construcción estructural de la modelización jerárquica inicial.

Para determinar la validez de la estructura de subcriterios encontrada en cada jerarquía empleamos una herramienta multivariante de Análisis Estructural, el Modelo Lisrel. El Modelo Lisrel está formado por un conjunto de ecuaciones estructurales cuyas variables pueden ser tanto directamente observables, como variables latentes (no observables). Se supone además que existen relaciones causales en el conjunto de variables latentes, de manera que las variables observadas son indicadores de las latentes. Así, esta técnica estadística combina el Análisis Factorial con técnicas de regresión múltiple.

La formulación general del Análisis Estructural de un problema empleando un Modelo Lisrel consta de dos partes. El Modelo de Medida especifica de qué manera las variables latentes dependen de las observadas, encargándose de describir las propiedades de medida de las variables observadas. El Modelo de Ecuación Estructural especifica las relaciones causales de las variables latentes, calculando además el porcentaje de varianza explicada.

$$\text{Modelo de Ecuación Estructural:} \quad \boldsymbol{\eta} = \mathbf{B} \boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta} \quad (1)$$

$$\text{Modelo de Medida para Y (endógeno):} \quad \mathbf{Y} = \boldsymbol{\Lambda}_y \boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2)$$

$$\text{Modelo de Medida para X (exógeno):} \quad \mathbf{X} = \boldsymbol{\Lambda}_x \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\delta} \quad (3)$$

Donde $\boldsymbol{\eta}$ denota el vector de variables latentes dependientes (endógenas); $\boldsymbol{\xi}$ el vector de variables latentes independientes (exógenas); \mathbf{Y} el vector de indicadores observados de las variables latentes dependientes ($\boldsymbol{\eta}$); \mathbf{X} el vector de indicadores observados de las variables latentes independientes ($\boldsymbol{\xi}$). Por otra parte, $\boldsymbol{\Lambda}_y$ denota la matriz de coeficientes

de la regresión de \mathbf{Y} sobre $\boldsymbol{\eta}$; $\boldsymbol{\Lambda}_x$ la matriz de coeficientes de la regresión de \mathbf{X} sobre $\boldsymbol{\xi}$; $\boldsymbol{\Gamma}$ la matriz de coeficientes de las variables latentes independientes ($\boldsymbol{\xi}$) en la ecuación estructural; \mathbf{B} es la matriz de coeficientes de las variables latentes dependientes ($\boldsymbol{\eta}$) en la ecuación estructural, verificando que \mathbf{B} posee ceros en la diagonal, y $\mathbf{I}-\mathbf{B}$ es invertible. Finalmente: $\boldsymbol{\zeta}$, $\boldsymbol{\varepsilon}$, $\boldsymbol{\delta}$, son los correspondientes términos de error de cada ecuación a los que se exige que $\boldsymbol{\varepsilon}$ sea incorrelado con $\boldsymbol{\eta}$; $\boldsymbol{\delta}$ incorrelado con $\boldsymbol{\xi}$, $\boldsymbol{\zeta}$ incorrelado con $\boldsymbol{\xi}$ y $\boldsymbol{\zeta}$ incorrelado con $\boldsymbol{\varepsilon}$ y $\boldsymbol{\delta}$.

En estas condiciones, y con objeto de confirmar la validez de las estructuras de beneficios y costes construidas a partir del Análisis Factorial exploratorio realizado inicialmente, emplearemos a tal efecto el Modelo de Medida para \mathbf{Y} (endógeno), donde el vector de indicadores observados (\mathbf{Y}) está constituido por los atributos y el vector de variables latentes dependientes ($\boldsymbol{\eta}$), por los factores encontrados (subcriterios) que se desean contrastar para cada jerarquía. Una vez obtenidos los coeficientes del modelo, la herramienta “Modification Index” se revela muy útil para modificar ligeramente los coeficientes obtenidos del modelo hasta que las medidas elegidas de bondad de ajuste, de entre las diversas medidas propuestas en la literatura, alcancen un valor satisfactorio para el decisor.

Con el procedimiento descrito se obtiene una primera agrupación de los atributos en factores (subcriterios), tanto para la jerarquía de costes como para la de beneficios. El siguiente paso consiste en la agrupación de los subcriterios en un nivel superior de criterios que los englobe, completando de esta manera, nivel a nivel, cada jerarquía. Para este proceso y en un nivel dado, seguiremos la norma de agrupar aquellos subcriterios que estén correlacionados significativamente, según se manifiesten de manera favorable (jerarquía de beneficios) o desfavorable (jerarquía de costes) para la meta global. Los valores de dichas correlaciones nos las ofrece el propio Modelo de Medida para \mathbf{Y} , realizado en el paso anterior.

Una vez agrupados los subcriterios (factores de primer nivel) en criterios (factores de segundo nivel), se recurre de nuevo al Análisis Estructural, realizando un Análisis Factorial de segundo orden (ver Figura 3) para estudiar la validez del modelo completo. En este Análisis Factorial de segundo orden aparecen factores de primer

nivel, que son los subcriterios encontrados inicialmente (agrupan a los atributos), y factores de segundo nivel, que son los criterios que agrupan a los subcriterios o factores de primer nivel. El modelo encontrado, que ya es capaz de recoger la estructura completa de la jerarquía, es necesario validarlo.

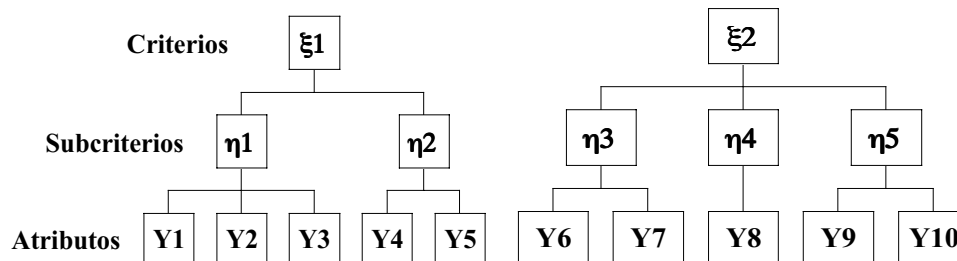


Figura 3. Modelo Factorial de segundo orden.

Las jerarquías finales de beneficios y costes obtenidas dependen en buena medida de las modificaciones realizadas al modelo inicial con el Análisis Factorial, de manera que al finalizar el proceso se ofrecen al decisor sendas jerarquías de beneficios y costes que le ayuden en la etapa de modelización del problema, y además con la garantía de que las jerarquías propuestas gozan de buenas medidas de bondad de ajuste.

4. APLICACIÓN PRÁCTICA DE LA METODOLOGÍA

El objetivo de esta sección es la aplicación de la metodología propuesta a datos reales, en concreto a la base de datos BACH, que consta de información con un alto grado de armonización relativa a empresas de diversos sectores económicos y clasificadas según país y tamaño. Centrándonos en el Sector Manufacturero y con el ánimo de intentar extraer los aspectos más relevantes sobre las empresas integrantes de esta base de datos, se han definido diez variables (ratios) que cuantifican los aspectos (factores) de productividad, rentabilidad y endeudamiento que potencialmente son indicativos de la evolución económica de una empresa.

El estudio de los ratios financieros constituye un método de análisis que expresa la situación relativa de una empresa según la actividad económica desarrollada en relación al resto de empresas de su mismo sector. Consideramos que el análisis de ratios es una herramienta adecuada para diagnosticar y valorar la situación financiera y la previsión de inversión de una sociedad, por tratarse de indicadores que miden valores

característicos de la economía de una empresa en comparación con las de su mismo sector.

Los ratios financieros considerados (ver Tabla 1): R_r ($r = 1, \dots, 10$), se han medido sobre empresas de tres tamaños: T_1 (empresas pequeñas), T_2 (empresas medianas), y T_3 (empresas grandes), y de siete países: P_1 : Austria (A), P_2 : Francia (F), P_3 : Alemania (G), P_4 : Italia (I), P_5 : Japón (J), P_6 : Holanda (H) y P_7 : España (S). Las series de ratios financieros abarcan un periodo de tiempo desde el año 1989 hasta 1994.

R_1	Ratio de valor añadido Valor añadido / Resultado neto de explotación
R_2	Participación relativa de los gastos de personal sobre ventas Gastos de personal / Cifra de negocios
R_3	Participación relativa de gastos de personal sobre valor añadido Gastos de personal / Valor añadido
R_4	Participación relativa de compras de bienes y servicios Compras / Cifra de negocios
R_5	Ratio de resultado bruto global Resultado bruto de la explotación / Cifra de negocios
R_6	Ratio de resultado neto Resultado del ejercicio / Cifra de negocios
R_7	Ratio de resultado financiero (Ingresos financieros - Gastos financieros) / Cifra de negocios
R_8	Ratio de fondos propios (Fondos propios - Capital sin desembolsar) / Cifra de negocios
R_9	Endeudamiento sobre total balance (Deudas a corto plazo + Deudas a largo plazo) / Total balance
R_{10}	Endeudamiento a corto sobre total balance (Préstamos a corto plazo + Provisiones valores negociables) / Total balance

Tabla 1: Ratios Financieros.

La aplicación de un Análisis Factorial exploratorio previo a los datos suministrados por BACH establece que la mejor solución es la proporcionada por dos

factores. Para asegurarnos de que la interpretación factorial realizada es correcta, se han efectuado rotaciones y en todas ellas se observa el mismo comportamiento. En la Tabla 2 se presentan las cargas factoriales medias (1989-1994) obtenidas al efectuar una rotación varimax.

Ratios	Factor 1	Factor 2
R₁	0.956	
R₂	0.984	
R₃	0.859	
R₄	-0.942	
R₅		0.526
R₆		0.820
R₇		0.831
R₈		0.807
R₉		-0.840
R₁₀		-0.799

Tabla 2. Análisis Factorial exploratorio.

A nuestro juicio parece razonable sugerir, a la vista de la Tabla 2, la existencia de dos factores comunes¹, ortogonales y de la misma dimensión a los diez ratios financieros considerados:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{F1: Factor de Productividad} \\ \text{F2: Factor de Rentabilidad contra Endeudamiento} \end{array} \right.$$

En la Tabla 3 se muestra nuestra interpretación (en general, la de un decisor) de ambos factores según supongan un aspecto favorable o desfavorable para el factor correspondiente. Esta clasificación orienta sobre la modelización jerárquica de beneficios (aspectos positivos) y costes (aspectos negativos).

¹ El método de extracción factorial utilizado ha sido el de componentes principales.

En esta tabla se observa que el factor de productividad opone R_1 , R_2 y R_3 frente a R_4 y el factor de rentabilidad frente a endeudamiento opone las variables R_5 , R_6 , R_7 y R_8 frente a las variables R_9 y R_{10} . Así, R_1 , R_2 , R_3 y R_4 son las variables que van a pertenecer al primer factor, mientras que el segundo factor consta de R_5 , R_6 , R_7 , R_8 , R_9 y R_{10} .

Ratios	Aspectos Positivos		Aspectos Negativos	
	Productividad	Rentab.-Endeud.	Productividad	Rentab.-Endeud.
R_1	0.956			
R_2	0.984			
R_3	0.859			
R_4			0.942	
R_5		0.526		
R_6		0.820		
R_7		0.831		
R_8		0.807		
R_9				0.840
R_{10}				0.799

Tabla 3. Cargas factoriales de las jerarquías de beneficios y costes.

Una vez establecidos de una manera exploratoria los factores que componen el nivel de subcriterios de las estructuras jerárquicas positiva y negativa, hay que determinar qué variables conllevan aspectos positivos o negativos para cada uno de los subcriterios. Con respecto al factor de productividad, la variable R_1 , explicativa del potencial de autofinanciación, R_2 y R_3 , indicadoras de los gastos de personal en relación a las ventas y valor añadido, respectivamente, serán consideradas como aspectos positivos. La variable R_4 , que informa sobre la eficiencia de las compras, será tomada como un aspecto negativo.

En cuanto al otro factor, la variable R_5 , que mide la relación entre resultado y cifra de negocios, es decir, el excedente obtenido por cada unidad monetaria vendida, R_6 , indicador de la rentabilidad, R_7 , índice del resultado financiero y R_8 , de fondos propios, los tomamos como aspectos positivos del segundo factor, mientras que R_9 y R_{10} , sobre

deudas (a corto y a largo plazo) y préstamos, como aspectos negativos del factor de rentabilidad contra endeudamiento.

Se observa que debido a que las cargas factoriales de los atributos pertenecientes a la jerarquía negativa son más bien elevados (ver Tabla 2), no podemos despreciarla, estableciendo así la existencia y fundamento de dos jerarquías. Por esta razón consideramos por un lado las variables que implican aspectos positivos de una empresa, y por otro, las variables que indican aspectos negativos. En la Figura 4 se muestra la estructura jerárquica de los aspectos positivos y negativos, respectivamente.

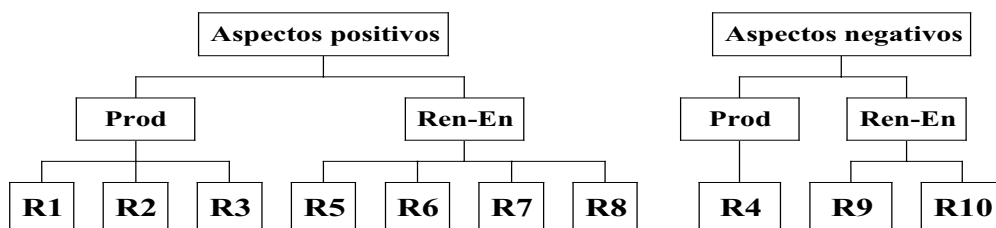


Figura 4. Estructuras jerárquicas propuestas por el decisor.

A continuación, ambas jerarquías son sometidas a estudio utilizando el Análisis Estructural tras su modelización previa en ecuaciones estructurales. Los resultados obtenidos después de realizar el Análisis Factorial confirmatorio mediante modelización Lisrel no han dejado de sorprendernos, pues las modelizaciones jerárquicas de la Figura 4 han presentado un valor de chi-cuadrado tan elevado (p-valor casi nulo), que es necesario admitir el mal ajuste del modelo propuesto por el decisor.

Afortunadamente, disponemos de la herramienta “Modification Index” para el guiado en la construcción de las nuevas jerarquías a partir de las proporcionadas por el decisor. En la figura 5 se presentan las nuevas jerarquías de beneficios y costes obtenidas mediante Análisis Estructural y cuya prueba chi-cuadrado, con un p-valor de 0.092, se considera ya un buen ajuste.

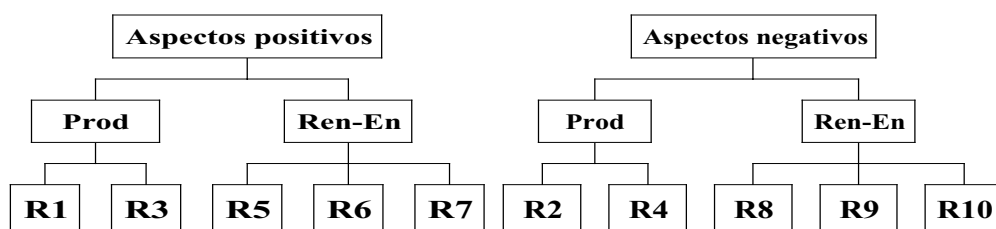


Figura 5. Estructuras jerárquicas mediante modelización Lisrel.

Básicamente, la modelización Lisrel establecida mediante Modification Index ha considerado necesario la realización de dos cambios. El ratio R2 pasa a ser un aspecto negativo del factor de Productividad y el ratio R8, un aspecto negativo del factor de Rentabilidad frente a Endeudamiento. En el fondo, los dos factores encontrados mediante el Análisis Factorial exploratorio estaban correctamente determinados, ya que ninguna variable ha cambiado de factor, y el signo de las correlaciones ofrecidas por el modelo Lisrel coinciden con las sugeridas por el decisor.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se pretende ofrecer una metodología que ayude al decisor en la modelización de las estructuras jerárquicas del análisis coste/beneficio al resolver un problema mediante AHP. El procedimiento presentado utiliza las técnicas multivariantes de Análisis Factorial y Análisis Estructural con el objetivo de extraer de los datos la información necesaria para representarlos fielmente y garantizar, al mismo tiempo, que la extracción e interpretación de esa información ha sido correcta.

Como ha podido comprobarse con la aplicación práctica realizada, el buen juicio del decisor, junto con un Análisis Factorial exploratorio previo, puede que no sean lo suficientemente significativos para una adecuada comprensión del problema. La influencia en la componente subjetiva propia de la opinión del decisor al establecer qué variables se manifiestan como aspectos positivos o negativos en el análisis considerado, constituye la principal aportación del trabajo, dotando al decisor de una herramienta poderosa que corrige sus decisiones y mejora el modelo.

6. REFERENCIAS

- Anderson, J. C. y Gerbing, D. W. (1984). "The effect of sampling error on convergence, improper solutions, and goodness-of-fit indices for maximum likelihood confirmatory factor analysis". *Psychometrika* 49, 155-73.
- Anderson, J. C., & Gerbing, D. W. (1988). "Structural equation modeling in practice: A review and recommended two-step approach". *Psychological Bulletin* 103(3), 411-423.

- Azis, I.J. (1990): "Analytic Hierarchy Process in the benefit-cost framework: A post-evaluation of the Trans-Sumatra highway project". *European Journal of Operational Research* 48, 38-48.
- Bentler, P. M., & Chou, C.-P. (1987). "Practical issues in structural modeling". *Sociological Methods & Research* 16, 78-117.
- Davis, W. R. (1993). "The FC1 rule of identification for confirmatory factor analysis: A general sufficient condition". *Sociological Methods & Research* 21(4), 403-437.
- Lee, S., & Hershberger, S. (1990). "A simple rule for generating equivalent models in structural equation modeling". *Multivariate Behavioral Research* 25, 313-334.
- Miller, G.A. (1956). "The Magical Number Seven. Plus or Minus Two: Some Limits on Our Capacity for Processing Information". *The Psychological Review*, 63, 81-97.
- Rigdon, E. E. (1995). "A necessary and sufficient identification rule for structural models estimated in practice". *Multivariate Behavioral Research* 30 (3), 359-383.
- Saaty, T.L. (1980). *The Analytic Hierarchy Process*. Mc Graw-Hill. New York.